Řešení - Hlavolamiáda 2015 - VG

Příklad 1

Mějme 9 kuliček, z nichž 8 je stejné hmotnosti a 1 menší hmotnosti. Dokážete na rovnoramenných vahách na dvě vážení určit, která z kuliček má menší hmotnost než ostatní?

Podmínky:

- rozdíl není vidět
- nepoznáte jej ani potěžkáním
- pokud jakkoliv změníte poměr na vahách, počet kuliček apod., počítá se to jako další vážení (tj. žádné dám jednu kuličku a budu je postupně vyměňovat..)

Rozdělíme si kuličky na skupinky po třech. Dvě takovéto skupinky dáme na váhy. Mohou nastat dva případy – váhy zůstanou v rovnováze nebo jedno rameno vah klesne. V tuto chvíli již dokážeme určit, ve které skupince se kulička nachází. V případě, že váhy zůstaly v rovnováze, musí být odlišná kulička ve třetí hromádce, pokud jedno z ramen kleslo, kulička se nachází ve skupince, která naopak stoupla. Tím máme spotřebované jedno vážení a máme určenou trojici kuliček, mezi nimiž se naše odlišná kulička nalézá. Nyní obdobným způsobem vezmeme z oné trojice dvě kuličky a dáme je na váhy. Pokud váhy zůstanou v rovnováze, jedná se o třetí kuličku, pokud ne, hledaná kulička je ta, která stoupla (je lehčí).

Příklad 2

Máme jednu pánvičku a tři krajíce chleba, které na ní chceme opéct. Jeden krajíc chleba se z jedné strany opéká 2 minuty, na pánvičku se vejdou vždy dva krajíce. Za jakou nejkratší dobu dokážete opéct všechny tři chleby z obou stran? (obracíme i vyměňujeme krajíce bez ztráty času)

***6 minut**. Označme si krajíce a jejich strany například A1 a A2, B1 a B2, C1 a C2 Opékáme:*
A1 a B1 (2 minuty)
A2 a C1 (2 minuty)
B2 a C2 (2 minuy)

Příklad 3

Petr ráno vstal a šel do šuplíku, kde má ponožky. Má tam 12 modrých ponožek (6 párů modrých ponožek) a 16 černých ponožek (8 párů) Bohužel ale si Petr na pořádek moc nepotrpí a má ponožky v šuplíku různě poházeny, a to dokonce jednotlivě. Venku byla ještě tma a nefungovala elektřina. Modré ponožky od černých nelze rozeznat a jiný zdroj světla není k dispozici.

a) Kolik ponožek musí Petr ze šuplíku vytáhnout, aby měl jistotu, že mezi nimi bude alespoň jeden pár libovolné barvy?
b) Kolik ponožek musí vytáhnout, když chce mít jistotu, že mezi nimi budou alespoň dvě modré?
c) Kolik ponožek musí vytáhnout, aby měl alespoň dvě černé?

a) Ať vytáhnu na ***potřetí*** *jakoukoliv barvu, tak protože mám pouze dvě barvy ponožek.*
b) Nejhorší bude, pokud se mi podaří vytáhnout nejprve všechny ponožky černé barvy. To znamená, že můžu vytáhnout 16 ponožek a stále nebudu mít jistotu, že mám alespoň dvě modré, protože v nejhorším případě mohou být všechny černé. Když ale vytahám všechny černé, je jisté, že další dvě, které vezmu, budou modré - ***18 ponožek****.*
c) Analogie s druhou otázkou – chci černé ponožky, v nejhorším případě vytahám všechny modré (12) a pak teprve 2 černé - ***14 ponožek****.*

Příklad 4

Mějme výraz:
*(x-a) * (x-b) * (x-c) * (x-d) * … * (x-y) * (x-z)*
Zjednodušte jej.

0*, v součinu je i rozdíl x-x*

Příklad 5

Důchodce cestovatelem
Byl jednou jeden důchodce a ten, jelikož neměl co na práci, každý den jezdil na výlet. Přímo naproti jeho domečku byla vlaková zastávka a u ní dvě koleje. Po jedné jezdil vlak do Železného Brodu a po té druhé do Turnova. Vlaky tenkrát ještě jezdili častěji než dnes - oba po půlhodinových intervalech. Důchodce každý den vstal v libovolnou dobu a nehledě na jízdní řád šel na zastávku. Tam pak počkal na první vlak a tím jel (bylo mu jedno, jestli do Brodu nebo do Turnova - stejně už znal obojí jako své boty). Takto jezdil každý den po celý rok. Pak si prohlédl svůj deník a zjistil, že v Turnově byl 4x více než v Železném Brodě a to i přes to, že na zastávku chodil naprosto nahodile a že oba vlaky jezdili v půlhodinových intervalech. Jak je to možné?

Aby to bylo možné, musí být mezi odjezdy vlaků Turnov – Železný Brod a Železný Brod – Turnov jiná čekací doba. Protože oba vlaky jezdí v třicetiminutových intervalech, je potřeba rozdělit 30 minut v poměru 4 : 1.

30 : 5 = 6 minut – 1 díl   =>   4 : 1 = 24 : 6

Potom mohl jízdní řád vypadat třeba takto:

Odjezd Železný Brod	*9:00*	*Odjezd Železný Brod*	*10:00*
Odjezd Turnov	***9:24***	***OdjezdTurnov***	***10:24***
Odjezd Železný Brod	*9:30*		
Odjezd Turnov	***9:54***		

Příklad 6

Tajný kód

Na "vejšce" nám jednou dal profesor k rozluštění tenhle kód s ultimátem, že kdo to nedokáže, nedostane zápočet. Téměř všem "fakt dobrým matematikům" se to nepovedlo, zato ti pohodáři to zvládli levou zadní. Matikář si s tím zápočtem naštěstí dělal srandu.

Zkuste zjistit, jak pokračuje tato posloupná řada: **J, D, T, Č, P, Š, S, ...**

PS: je to tak trošku chyták, s prostou logikou tady asi nevystačíte. Ale má to řešení a to docela vtipně jednoduché. Opravdu.

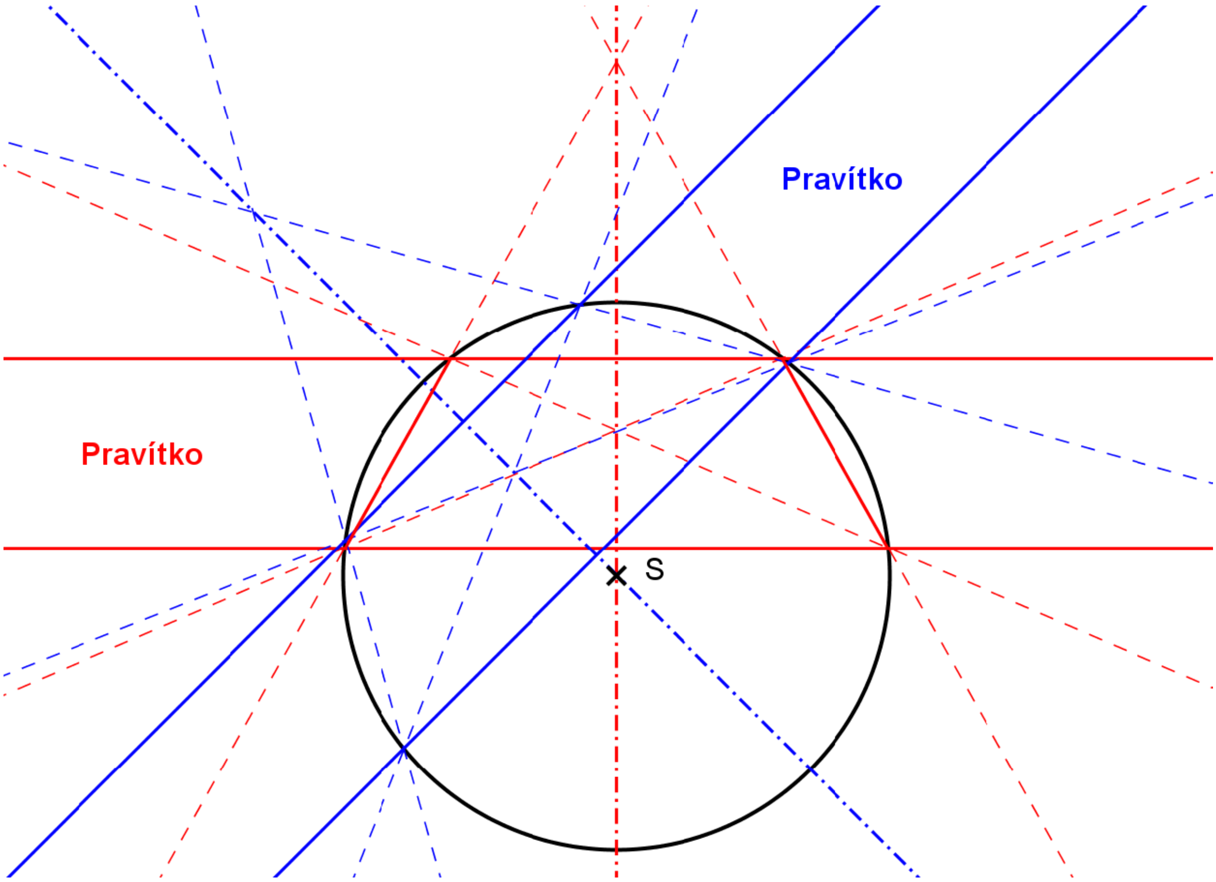
Posloupná řada je řadou počátečních písmen přirozených čísel.
***J**edna, **D**va, **T**ři, **Č**tyři, **P**ět, **Š**est, **S**edm, **O**sm, **D**evět, **D**eset ….*

Příklad 7

Pravítko a kružnice

Na papíru je narýsována kružnice. K dispozici máte tužku a podlouhlé pravítko (ne trojúhelník!), jehož šířka je menší než průměr kružnice. Jak zjistíte střed této kružnice?

V příkladu využijeme toho, že pravítko má rovnoběžné strany. Ať toto pravítko položíme na kružnici jakkoliv, dostaneme pomocí rovnoběžek vždy rovnoramenný lichoběžník. Osa lichoběžníku prochází přes střed kružnice. Ke konstrukci osy využijeme úhlopříčky a ramena lichoběžníku. Postup zopakujeme ještě jednou. Hledaný střed kružnice leží na průsečíku os lichoběžníků.
(viz obrázek)



Pravítko
Pravítko
S